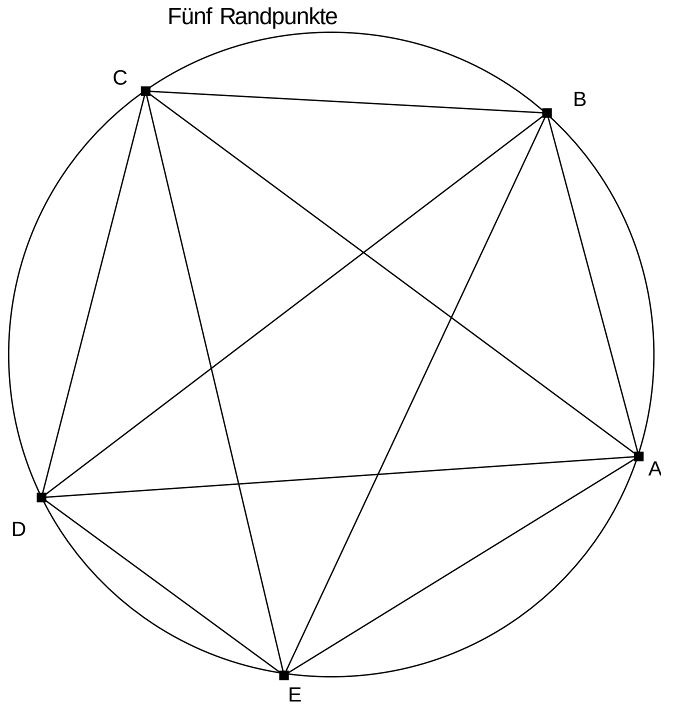
1. Aufgabe (Pfannkuchen):

a)
Je mehr Schnittpunkte unter den Geraden sind, umso mehr Teilflächen sind es. Bei 2 Schnitten sind es 3 Flächen, wenn die Geraden parallel verlaufen, 4 Flächen, wenn sie sich schneiden.

b)
Bei 3 Geraden gibt es 6 Teilflächen, wenn sich die geraden in einem gemeinsamen Schnittpunkt schneiden. Legt man die Geraden aber so, dass sie sich nicht alle drei in einem gemeinsamen Punkt schneiden, so entsteht ein zusätzliches Dreieck, das als Seiten die 3 Geraden hat, während die 6 Teilflächen bei einem gemeinsamen Schnittpunkt ja nur 2 Seiten und ein Stück des Randes haben.
Also ist die maximale Anzahl der Flächen 7.

c)
Durch Probieren erhält man maximal 10 Schnitte. (Einige Schüler sind sicherlich in der Lage, eine Lösungsformel zu entwickeln. Siehe Klasse 7/8)
Durch 10 Schnitte ergeben sich maximal 16 Gebiete. Dabei ist darauf zu achten, dass die Schnittpunkte im Inneren der Fläche von höchstens 2 Sehnen gebildet werden. Zieht man mehr Linien durch einen Punkt, verliert man Gebiete.



d)
Viele Schulen berechnen in Klasse fünf die Anzahl der Diagonalen in verschiedenartigen Vielecken. Daher ist dieser Ansatz sicherlich möglich.

$s_n = \frac{1}{2} \cdot \left[n(n-3) \right] + n$ (Die maximal mögliche Anzahl der Schnitte entspricht der Anzahl der Diagonalen plus der Anzahl der Seiten eines Siebenecks.)

$$s_n = \frac{1}{2} \cdot \left[n(n-3) \right] + n = \frac{n^2 - n}{2} = \frac{1}{2}\left(n^2 - n\right) = \frac{1}{2} n(n-1)$$

Für sieben Randpunkte folgt daraus:

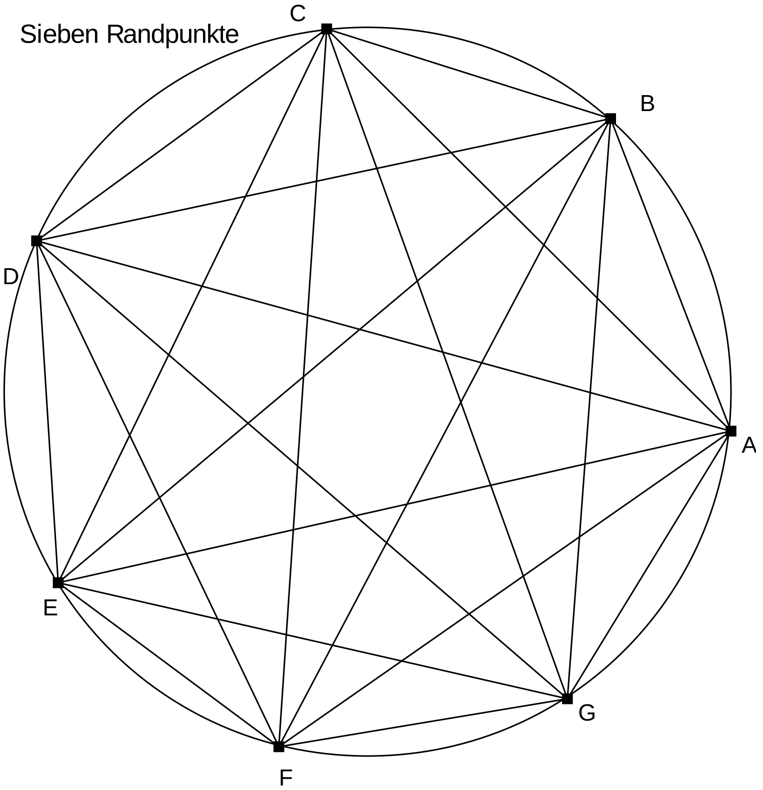
$$\frac{1}{2} n(n-1) = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$$

Es lassen sich 21 Schnitte ausführen.

Vielleicht wissen einige Schüler schon, dass auch
$\frac{1}{2} n(n-1) = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \binom{n}{2}$ entspricht.

Die Anzahl der Stücke (Gebiete) bei sieben Punkten beträgt 57.

Diese lassen sich durch Abzählen bestimmen.



Aufgabe 2 (Sommer, Sonne, Baden):

Die Gesamtzeit für das Füllen des Schwimmbades beträgt x Minuten.

A füllt in einer Minute $\frac{1}{100}$ des Behälters.

B füllt in einer Minute $\frac{1}{120}$ des Behälters.

Die Füllung durch A dauert (x – 15) (Minuten).
Die Füllung durch B dauert (x – 45) (Minuten).
Dann gilt:

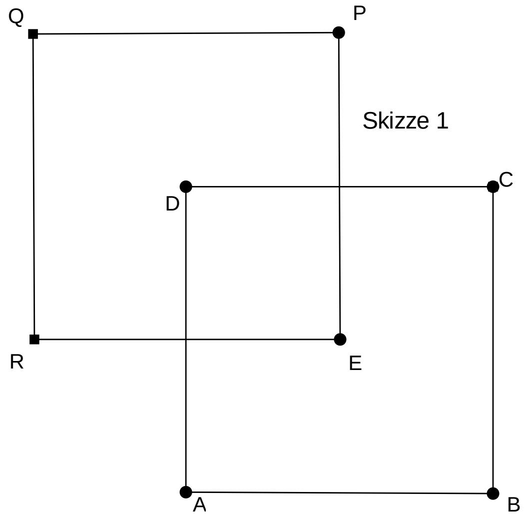
$$\frac{x-15}{100}+\frac{x-45}{120}=1 \quad \Leftrightarrow \quad 12x-180+10x-450=1200$$

$$\Leftrightarrow x=83\frac{2}{11}[\text{Minuten}]$$

Das Becken ist in 83 Minuten und ca. 11 Sekunden gefüllt.

Aufgabe 3 (Hausplanung):

Die Schnittfläche entspricht immer der Größe von einem Viertel eines Quadrates (siehe Lösungsskizze 1).



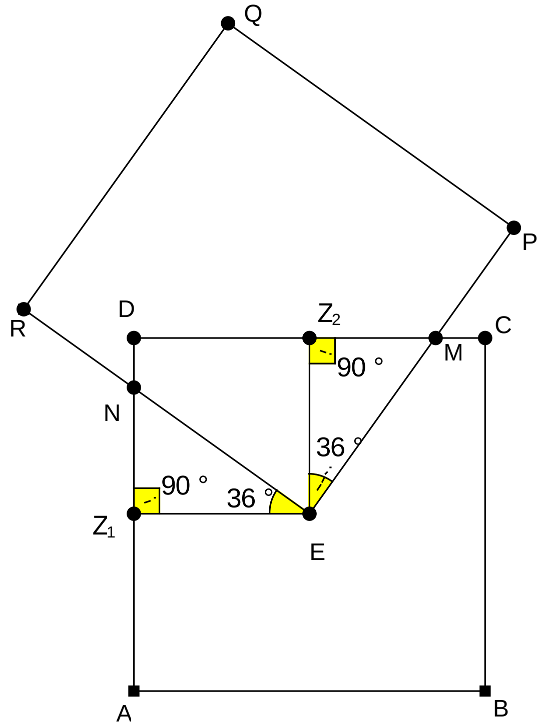
Skizze 1

Stehen die Seiten der beiden Quadrate senkrecht zueinander, bedeckt eines der beiden Quadrate genau ein Viertel des anderen Quadrates. Anders ausgedrückt: Die Schnittfläche beider Quadrate entspricht je einem Viertel der Fläche von einem der beiden Vierecke.

Wird nun das Quadrat (EPQR) um E um 36° gedreht wird, wird in unsrem Fall die ehemals bedeckte Fläche (E, Z(1), D, Z(2)) um die Fläche des Dreiecks (Z(1) E N) kleiner und um die des Dreiecks EMZ(2) größer.

Diese beiden Dreiecke sind kongruent, denn
E Z(1) ist genauso lang wie E Z(2). Beide Dreiecke stimmen in den rechten Winkeln (90°) bei Z(1) und Z(2) überein. Weiterhin sind die Drehwinkel am Drehzentrum E gleich groß, in unserem Fall 36°.
Die beiden Dreiecke sind also deckungsgleich nach dem Kongruenzsatz WSW.
Daraus folgt aber auch, dass die Vierecke (EMDN) und (E, Z(1), D, Z(2)) flächengleich sind
und somit den vierten Teil einer Quadratfläche ausmachen.
Die Aussage des Architekten ist demnach wahr, trifft aber auch für alle anderen Drehungen zu.

Dass $\overline{DN}$ eine Länge von 1 m hat, ist vielleicht ganz nett, hat aber mit der Größe des Atriums nichts zu tun. Diese beträgt immer ¼ der Fläche der großen Quadrate.



Aufgabe 4 (Superschokohohlei)

Hierbei handelt es sich um unsere sog. Scherzaufgabe. Es gibt keine eindeutige Lösung. Die Bewertung erfolgt nach Kreativität im Lösungsansatz.

Hier nur einige mögliche Vorschläge:

Lisa gewinnt, wenn
u.a.
er das Ei im ersten Versuch zerschlägt
…

David gewinnt, wenn er
u.a.
das Ei mit seinem Taschenmesser mit drei Schnitten zerstört
…